„Z Teorii i Praktyki Dydaktycznej Języka Polskiego” 2025,
t. 34, s. 1–11
ISSN 2353-9577
https://doi.org/10.31261/TPDJP.2025.34.08

Opublikowano: 30.12.2025

Krzysztof Biedrzycki
https://orcid.org/0000-0002-5110-6986
Uniwersytet Jagielloński

Matematyka i język polski – interpretacja i argumentacja

Mathematics and Polish Language: Interpretation and Discursive Argumentation

Abstract: The paper addresses the teaching of interpretation and discursive argumentation skills in mathematics and Polish language classes. While the interpretation of mathematical data and the interpretation of texts differ, their aim is the same – reasoning and construction of arguments. Both constitute two complementary approaches to independent thinking and problem-solving. In the process of developing these skills, mathematics and Polish language teachers can cooperate, which may help bridge the gap between the two subjects. At the same time, such collaboration reinforces thinking strategies in students' minds. The discussion is illustrated by an analysis of selected mathematical tasks from PISA, as well as by a didactic experiment comparing the solving of similar problems in Polish language and mathematics lessons.

Keywords: didactics, mathematics, Polish language, reasoning, interpretation, argumentation

Abstrakt: Artykuł dotyczy nauczania umiejętności interpretacji i argumentacji podczas lekcji matematyki i języka polskiego. Autor dowodzi, że choć interpretacja matematycznych danych i interpretacja tekstu różnią się, wspólną ich cechą jest proces rozumowania i budowania argumentacji, a oba sposoby to komplementarne drogi samodzielnego myślenia i rozwiązywania problemów. W procesie nauczania tych umiejętności poloniści i matematycy mogą współpracować – dzięki temu zmniejszą dystans między przedmiotami, a zarazem będą mieli sposobność utrwalenia metod uważnego myślenia. Zagadnienie zilustrowano analizą zadań matematycznych w badaniu PISA oraz przedstawieniem eksperymentu dydaktycznego, podczas którego zostały zderzone sposoby matematycznego i polonistycznego interpretowania podobnych problemów.

Słowa kluczowe: dydaktyka, matematyka, język polski, rozumowanie, interpretacja, argumentowanie

TPDJP.2025.34.08 s. 2 z 11

W założeniach metodologicznych sprawdzenia poziomu opanowania umiejętności matematycznych w ramach badania PISA czytamy, że celem tego sprawdzenia „jest określenie, w jakim stopniu uczniowie potrafią stosować rozumowanie i narzędzia matematyczne do rozwiązywania problemów, przed jakimi stawia ich otaczający świat" (Sułowska, Marciniak, 2024: 41). Innymi słowy: matematyka służy opisywaniu rzeczywistości, porządkowaniu myślenia o niej, mierzeniu się z wyzwaniami, przed jakimi stajemy – w tym ze wskazanym rozwiązywaniem problemów. Uczenie się matematyki nie jest zatem (nie powinno być!) opanowywaniem abstrakcyjnej wiedzy, lecz poznawaniem precyzyjnych, sprawdzalnych metod, które pomagają w radzeniu sobie ze światem, który trzeba zrozumieć.

W potocznym przekonaniu wielu uczniów, a niekiedy też nauczycieli i rodziców, matematyka to przedmiot, którego istota jest przeciwna istocie przedmiotu język polski. Można zadać pytanie, czy przekonanie to ma jakieś uzasadnienie. Czy podział na humanistów i ścisłowców znajduje podstawę w przebiegu poznawania i uczenia się? Owszem, można mówić o większych predyspozycjach do którejś z nauk, zainteresowaniach i uzdolnieniach. Tak naprawdę jednak mamy do czynienia z opanowywaniem dwóch rodzajów języka – naturalnego, ojczystego oraz formalnego; bez sprawnego posługiwania się oboma mamy trudności z rozumieniem i opisywaniem rzeczywistości. Przeciwstawność przedmiotów język polski i matematyka pojawia się wówczas, gdy oba (lub choćby jeden z nich) izolujemy od codziennego doświadczenia, przedstawiamy uczniom jako naukę kompetencji odłączonych od rzeczywistości i znanego uczniom doświadczenia. Gdy jednak dojrzymy w treściach przedmiotów przekazywanie narzędzi do poruszania się w świecie, język polski i matematyka nie tylko objawią swoją komplementarność, ale w niektórych aspektach będą z sobą zbieżne, są bowiem miejsca, w których matematyk i polonista mogą, a nawet powinni współpracować.

W założeniach teoretycznych badania umiejętności matematycznych w ramach PISA czytamy dalej, że

> zastosowanie matematyki do rozwiązania praktycznego problemu odbywa się w tzw. cyklu modelowania, który składa się z trzech etapów […].
>
> - **Formułowanie** polega na przełożeniu danego problemu na język matematyki. Z realnego kontekstu należy wyodrębnić cechy istotne dla rozwiązania problemu i wybrać lub skonstruować obiekt matematyczny (np. tabelę, wykres, równanie, nierówność), który go opisuje. Tak powstaje model matematyczny danego problemu.
> - **Zastosowanie** polega na przeanalizowaniu własności modelu i rozwiązaniu problemu matematycznego dzięki wykorzystaniu narzędzi i metod matematycznych.

- **Interpretowanie i ocenianie** to odniesienie wyników uzyskanych w obrębie matematyki do praktycznego kontekstu, w którym problem powstał, oraz ocena adekwatności przyjętego modelu, prowadząca do jego ewentualnej modyfikacji (Sułowska, Marciniak, 2024: 41).

Wszystkie te działania podporządkowane są jednej, nadrzędnej umiejętności – **rozumowaniu matematycznemu**.

> W szybko zmieniającym się i coraz bardziej złożonym świecie wzrasta znaczenie umiejętności dostrzegania związków i prawidłowości, logicznego rozumowania i wyciągania wniosków oraz przedstawiania argumentów w jasny i przekonujący sposób […]. Na matematyce uczniowie uczą się, że przy odpowiednich założeniach i prawidłowym rozumowaniu mogą osiągnąć wyniki, które są w pełni wiarygodne w wielu realnych kontekstach. I co ważne dla kształtowania autonomii intelektualnej uczniów, wyniki te są obiektywne i nie wymagają uznania przez jakikolwiek autorytet zewnętrzny (Sułowska, Marciniak, 2024: 42).

Zauważmy, że przy takim zdefiniowaniu celów nauczania matematyki możliwy, wskazany, a nawet konieczny jest sojusz między uczącymi tego przedmiotu i polonistami. Tak jak matematyka ma być powiązana z doświadczaną rzeczywistością, tak jej właśnie ma dotyczyć ćwiczenie sprawności w posługiwaniu się językiem, w tym czytaniu literatury – dostrzegamy jakiś element świata, który mamy nazwać, opisać i o którym mamy opowiedzieć, odnieść poznawany tekst do kontekstu, znaleźć w nim model przedstawianego świata. Rozumowanie zmierzające do sformułowania wypowiedzi dotyczy znalezienia argumentów, właściwego ich połączenia i logicznego wnioskowania.

Oczywiście przywołany schemat postępowania według założeń metodologicznych badania PISA charakterystyczny jest dla matematyki. Zwłaszcza ważne jest to, że mamy w niej do czynienia z obiektywnymi wynikami, które są jednoznacznie weryfikowalne. I nie chodzi o to, żeby procedury tej dyscypliny przenosić na posługiwanie się językiem naturalnym, ten bowiem niejednokrotnie jest pełen wieloznaczności, a to oznacza, że tym bardziej przy nauczaniu sprawności językowych trzeba pilnować dyscypliny, której można się nauczyć podczas lekcji matematyki. Właśnie owa wieloznaczność jest jednak siłą języka i literatury, gdyż pozwala objąć nieogarniony świat. To zaś powoduje, że każda wypowiedź, a zwłaszcza każdy tekst literacki, domaga się interpretacji, wyjaśnienia, co się zrozumiało.

Żeby unaocznić korzyści współpracy polonistów i matematyków, możemy pokazać przykład czterech zadań z badania PISA. Zadania te stanowią wiązkę zatytułowaną *Powierzchnia lasów* (zob. Sułowska, Marciniak, 2024: 107–118). Uczeń ma skorzystać z arkusza kalkulacyjnego, w którym w trzech kolumnach przedstawione są dane dotyczące procentu zajmowanej przez lasy powierzchni całkowitej kilkunastu krajów na różnych kontynentach; dane w kolumnach odnoszą się do lat 2005, 2010 i 2015.

W pierwszym zadaniu uczeń ma wskazać: 1) kraj, który odnotował największy w punktach procentowych wzrost powierzchni leśnej między 2005 a 2015 rokiem, 2) kraj, w którym nie było zmiany między 2005 a 2015 rokiem, wreszcie 3) kraj, który odnotował największy w punktach procentowych ubytek lasów. Żeby rozwiązać to zadanie, trzeba wykonać kilka operacji, które dopiero razem pozwalają na uzyskanie prawidłowej odpowiedzi. Zauważmy, że na początku trzeba **zrozumieć** polecenie, a więc uważnie je **przeczytać**. W zadaniu chodzi o to, by wskazać kraje, w których nastąpiły zmiany, oraz kraj, w którym ich nie zaobserwowano, ważne, żeby dostrzec, iż zmiana miała dotyczyć czasu między rokiem 2005 i 2015. Informacje są co prawda proste do odczytania, ale nie można ich pomylić. Z kolei w arkuszu kalkulacyjnym należy przeprowadzić stosowne obliczenia. Wreszcie – trzeba je zinterpretować i wyniki wpisać w odpowiednie miejsca.

W drugim zadaniu polecenie dotyczy porównania średnich zmian odsetka powierzchni lasów w dwóch okresach: 2005–2010 oraz 2010–2015. Oczywiście i tu warunkiem jest zrozumienie polecenia, tego, że dotyczy ono dwóch **odrębnych** okresów i **średnich** zmian. W zadaniu należy dokonać obliczeń i zinterpretować je.

W trzecim zadaniu chodzi o to, żeby wskazać dwa kraje, które odnotowały największe zmiany w procentowej powierzchni lasu między okresem 2005–2010 a okresem 2010–2015. Tutaj działania są jeszcze bardziej skomplikowane, bo trzeba obliczyć różnice między kolejnymi okresami w odniesieniu do poszczególnych krajów, następnie wyniki te skonfrontować, policzyć różnice między zmianami w tych dwóch okresach, wreszcie zinterpretować wyniki, a więc znaleźć kraj, w którym nastąpił największy przyrost, i kraj z największym spadkiem procentowej powierzchni lasów.

Ostatnie zadanie miało charakter otwarty, polecenie brzmiało następująco: „Helena twierdzi, że we wszystkich wskazanych latach Korea Południowa miała większą powierzchnię lasów niż inne kraje z tej listy. Czy jej twierdzenie jest poparte danymi z tabeli? Wyjaśnij swoją odpowiedź”. Tutaj zdecydowanie kluczowe jest zrozumienie polecenia. Helena mówi o **powierzchni** lasów, a więc o danych **bezwzględnych**, tymczasem tabela operuje danymi dotyczącymi procentu zalesionej powierzchni każdego kraju. Trzeba znać różnicę między wartościami bezwzględnymi i procentowymi, a zatem konieczne jest rozumienie treści podanej tabeli.

Wszystkie te zadania w badaniu z 2022 roku okazały się dla polskich uczniów bardzo trudne. Przypomnijmy, że PISA dotyczy piętnastolatków, a więc osób uczęszczający do I klasy szkoły ponadpodstawowej. Pierwsze zadanie w pełni poprawnie wykonało niespełna 30% uczniów, częściowo poprawnie 19%, pozostali (a więc przeszło połowa) albo udzielili odpowiedzi niepoprawnych, albo pominęli to zadanie. Zadanie drugie poprawnie wykonało 35% uczniów, 56% niepoprawnie, pozostali je pominęli. Trzecie zadanie w pełni poprawnie wykonało tylko 11% uczniów, a częściowo poprawnie 31%, odpowiedzi błędnej udzieliło 46%, a prawie 10% pominęło to zadanie. Najtrudniejsze było zadanie czwarte, prawidłowo rozwiązało je… 6,5% uczniów (to jeden z najsłabszych wyników wśród wszystkich badanych krajów), tyle samo je pominęło, ale niepoprawnej odpowiedzi udzieliło 84% uczniów!

Pokazane przykłady zadań służą ilustracji analogii w nauczaniu języka polskiego i matematyki. Pierwsza rzecz, na którą już zwróciliśmy uwagę, to konieczność rozumienia tego, co się czyta – zarówno tekstu, który ma zostać przeanalizowany (tutaj jest to tekst nieciągły w postaci tabeli), jak i polecenia. Poloniści nad umiejętnością czytania i interpretowania tekstu, wydobywania z niego tych znaczeń, które on zawiera i które są potrzebne w podejmowanej operacji intelektualnej, powinni współpracować z nauczycielami wszystkich przedmiotów. Możemy jednak iść krok dalej. Otóż powyższe zadania pokazują analogię między umiejętnościami matematycznymi a jednymi z najtrudniejszych umiejętności, w które się wyposaża uczniów na lekcjach języka polskiego, czyli interpretacją i argumentowaniem. Pierwsze zadanie obejmowało etap formułowania, czyli przełożenia problemu na język matematyki, dwa kolejne zadania dotyczyły interpretowania i oceny, a czwarte – rozumowania.

Oczywiście interpretacja matematyczna jest czymś innym niż interpretacja tekstu, zwłaszcza literackiego, niemniej proces myślowy jest podobny. Napotykamy problem, z którym mamy się zmierzyć. Na lekcjach matematyki może to być konkretny problem życiowy, ale też tekst zawierający dane, na lekcjach języka polskiego z reguły mamy do czynienia z tekstem wyrażonym za pomocą języka (jakkolwiek pracuje się również nad tekstami ikonicznymi i innymi tekstami kultury). W obu przypadkach, jeśli zaczynamy od tekstu, to on właśnie jest wyzwaniem, zmusza do wczytania się weń, zrozumienia go na różnych poziomach. W analizowanym zadaniu tekstem jest tabela, a problem do rozwiązania następujący: chcemy się zorientować, w którym kraju w podanym okresie procentowa powierzchnia lasów się zwiększyła, w którym się zmniejszyła, a w którym pozostała taka sama. Aby odpowiedzieć na te pytania, trzeba ów problem przełożyć na język matematyki. Tutaj widzimy analogię między językiem polskim a matematyką w zakresie szukania takiej metody, która pozwoli zrozumieć tekst, choćby na poziomie dosłownym, ale zwłaszcza tam, gdzie znaczenia są zawarte głęboko w strukturze przekazu.

Interpretacja pojawia się w kolejnych dwóch zadaniach. Już wiemy, jak problem jest sformułowany w języku matematycznym, teraz odczytujemy dane, w tym wyniki obliczeń. Interpretacja polega na tym, że zestawia się dane i wyciąga się z nich wnioski. W drugim zadaniu porównuje się średnie zmiany odsetka powierzchni pokrytej przez lasy w dwóch okresach. Wnioski należy wyciągnąć z trzech przesłanek – są dwa przedziały czasowe, są średnie zmiany w każdym z nich, a chodzi o procentowy udział lasów w powierzchni wszystkich krajów, których dotyczą dane zaprezentowane w tabeli. W trzecim zadaniu interpretacja polega na wyłuskaniu z posiadanych danych informacji o tym, w których krajach nastąpiły największe zmiany w zalesieniu. Tutaj analogia do lektury tekstu, zwłaszcza bardziej skomplikowanego, na przykład literackiego, jest wyraźniejsza. Można czytany tekst potraktować jako zbiór danych. Trzeba na podstawie wyczytanych informacji sformułować hipotezę dotyczącą globalnego znaczenia tekstu. Zawsze jednak pojawiają się hipotezy cząstkowe związane z odczytaniem na przykład kreacji bohaterów, rozwiązań fabularnych, języka. Podobnie jak w matematycznej interpretacji danych i tu trzeba wskazać dowody z tekstu, które przemawiałyby za proponowaną lekturą.

Wreszcie rozumowanie, umiejętność nadrzędna wobec wszystkich pozostałych. W czwartym zadaniu trzeba odpowiedzieć na postawione pytanie, przy czym poprawna odpowiedź jest jednoznaczna i nienegocjowalna, a następnie przedstawić uzasadnienie. Istotne jest tutaj uważne przeczytanie zarówno tezy Heleny, jak i tabeli. Trzeba dane z tych dwóch źródeł skonfrontować, a z zawartych w obu tych tekstach przesłanek wyciągnąć wniosek. Analogia do prowadzenia argumentacji na lekcjach języka polskiego jest tutaj widoczna. Mamy do czynienia z interpretacją porównawczą, prowadzeniem logicznego ciągu myślowego.

Różnica między interpretacjami matematyczną i polonistyczną polega przede wszystkim na tym, że wyniki matematyczne są bezwzględnie obiektywne, natomiast rozumienie tekstu językowego uzależnione jest od wielu czynników, co powoduje, że rezultaty odczytywania znaczeń przez różne osoby mogą nie być jednakowe. O sile rozumowania matematycznego nie ma potrzeby więcej pisać, jest ona oczywista. Czy to oznacza, że interpretacja literatury lub każdej wypowiedzi językowej jest słabsza, bo obarczona ryzkiem niejednoznaczności? Nie, mamy do czynienia z różnymi językami o różnych celach i różnych zadaniach do spełnienia.

Przydatna tu może być teoria języków strukturalnie stabilnych i niestabilnych przedstawiona przez Bartosza Brożka:

> Stabilny strukturalnie układ charakteryzuje się tym, że niewielkie zaburzenia nie zmieniają jego własności dynamicznych. Mówiąc bardziej nieformalnie: pewien układ dynamiczny jest strukturalnie stabilny, jeśli jego zachowanie odporne jest na niewielkie perturbacje. Język matematyki nie jest stabilny

> strukturalnie w tym sensie, że […] małe zaburzenie w „akcie komunikacji matematycznej" może doprowadzić do znaczących zaburzeń w rozumieniu tego komunikatu. Cechy tej nie ma natomiast język naturalny (Brożek, 2014: 42).

To oznacza, że precyzja języka matematycznego, będąca jego wielką siłą, zawiera w sobie słabość polegającą na tym, że każde, nawet niewielkie zaburzenie prowadzi do poważnych zaburzeń komunikacyjnych. Brożek pokazuje to na przykładzie: mamy do rozwiązania działanie $(3+4)^9$; jeśli zapiszemy je błędnie w postaci $(3+4) \times 9$, otrzymamy zupełnie inny wynik (Brożek, 2014: 42). Podobnie w przykładach zadań z badania PISA – pomylenie procentu zalesionej powierzchni z jej wartością bezwzględną spowoduje, że komunikat zostanie zaburzony. Tymczasem, aby porozumienie obejmowało całą rzeczywistość, język musi być… niedoskonały, czyli znaczenie słów powinno być względnie stałe, ale zarazem niedookreślone. Brożek wyjaśnia to w następujący sposób:

> przez niedookreśloność rozumiem tę jego [języka – K.B.] cechę, że – bez odwołania do kontekstu – nie da się jednoznacznie ustalić, co znaczy dane wyrażenie. Innymi słowy, każdemu wyrażeniu językowemu przypisać można – *in abstracto* – nie jedno znaczenie, a pewną **wiązkę znaczeń** (Brożek, 2014: 44).

Strukturalna stabilność języka polega na tym, że zaburzenie znaczeniowe najczęściej nie powoduje katastrofy komunikacyjnej.

Jakiś czas temu przez polskie media przetoczyła się ożywiona dyskusja o tym, jak należy mówić o śmierci zwierząt – „zdychają" czy „umierają". Tradycyjne słowniki rozstrzygają, że należy mówić o „zdychaniu". Zaangażowanie emocjonalne współczesnych Polaków sprawia jednak, że coraz częściej mówi się o „umieraniu" zwierząt. Ta dyskusja pokazuje, jak bardzo język jest stabilny. Użycie jednego z tych dwóch słów zamiast drugiego nie sprawi jednak, że w wyniku nieporozumienia komunikacyjnego zniknie przedmiot wypowiedzi, czyli śmierć zwierzęcia. Sprawi zaś, że wyjdziemy poza informacje zawarte w ich podstawowych znaczeniach. Dowiemy się czegoś o emocjach mówiącego, o jego światopoglądzie, o tym, jaki dana osoba ma stosunek do języka i do zwierząt. Ten przykład pokazuje, że język strukturalnie stabilny daje możliwości wyrażenia więcej, niżby się nam wydawało, a zarazem że każda wypowiedź podlega interpretacji, czyli zawężeniu wspomnianej wiązki znaczeń tak, żebyśmy zrozumieli przekaz, ale ze świadomością, że interpretacja nie jest ostateczna, a także może się rozmijać z intencją mówiącego (ktoś, kto mówi o zdychaniu zwierząt, nie musi być ich wrogiem, a nawet może je kochać, zdecydowanie jednak odróżnia je od człowieka).

Brożek definiuje interpretację tekstu jako parafrazę, w której „**zawężamy wiązkę znaczeniową** interpretowanego wyrażenia, gdyż »poszukiwane znaczenie« leży w iloczynie obu wiązek znaczeniowych: tekstu, który interpretujemy, i parafrazy” (Brożek, 2024: 150). Interpretacja jest zawsze zrelatywizowana, opiera się na wyrażonej w sposób językowy hipotezie. Ponieważ hipotez może być więcej niż jedna, nasuwa się pytanie o kryterium uznania prawomocności interpretacji. Brożek powiada, że „wynik interpretacji zależy od dwóch czynników: **kontekstu** interpretowanego wyrażenia […] oraz naszej wiedzy o świecie (**wiedzy tła**)” (Brożek, 2014: 158).

Proces interpretacji tekstu jest zatem skomplikowany i uzależniony od wielu czynników. To jest proces rozumienia wypowiedzi, a więc ona sama usytuowana jest w centrum. A może być prawdziwa w różnych aspektach (jako prawda obiektywna, prawda osobista mówiącej osoby, głęboka prawda skryta za metaforą lub parabolą itd.), oparta na fikcji (której relacja z prawdą jest zawsze skomplikowana), wreszcie wprost kłamliwa. Interpretacja może demaskować kłamstwo, a zwłaszcza ujawniać fikcję, ale i tak zawsze skupiona jest na tekście, znaczeniach, które z niego wydobywa czytelnik. W tym miejscu trzeba zwrócić uwagę na jeszcze jeden czynnik, który w praktyce dydaktycznej bardzo często bywa pomijany – otóż w procesie interpretacji aktywną rolę odgrywa właśnie interpretator, który powinien sprawdzać też siebie w akcie lektury: z jakimi oczekiwaniami do niej przystępuje, jakimi kieruje się emocjami i przekonaniami, w jakim kontekście ją ujmuje, jakim językiem o niej mówi (potocznym, specjalistycznym, podporządkowanym ideologii itd.).

Interpretacja matematyczna wydaje się wobec tego znacznie prostsza. Konfrontuje różne dane i poddaje je jednoznacznemu, weryfikowalnemu, sprawdzalnemu odczytaniu. Prowadzi do ustalenia prawdy bezwzględnej, nawet jeśli dane są niepełne – wówczas można mówić o niepewności poznawczej, wskazuje się braki, poszukuje się nowych dróg rozumowania, w których ujmuje się posiadane dane i niewiadome. Nie odgrywają tu roli kwestie osobowości interpretatora, jego emocji, uprzednich przekonań, jedynie mogą zostać przyjęte różne założenia, zawsze jednak poddawane weryfikacji, nie ma parafrazy i zawężania wiązek znaczeń, są stosunki liczbowe lub przestrzenne. Liczą się jednoznaczność i precyzja. Oczywiście są sytuacje, gdy myślenie musi przekroczyć granice matematyki i wtedy pojawiają się dodatkowe okoliczności, założenia mogą przecież być uwarunkowane przez wstępne oczekiwania, rozumowanie matematyczne może być uwikłane w kategorie aksjologiczne lub pragmatyczne, które już nie podlegają jednoznacznej wykładni.

Jakie to ma skutki dydaktyczne? Pamiętajmy, że dwa różne sposoby interpretowania, rozumowania i argumentacji nie są wobec siebie konkurencyjne, ale się uzupełniają, wobec czego konieczne jest opanowanie ich obu. Dlatego właśnie wskazana, choć niewątpliwie trudna, jest współpraca polonisty i matematyka.

TPDJP.2025.34.08 s. 9 z 11

Przykładem możliwej kooperacji w tym zakresie jest eksperyment opisany przez Michała Federowicza i jego współpracowników w artykule *Argumentacja w edukacji szkolnej: przykład języka polskiego i matematyki. Wyniki badań i wnioski z warsztatów*. Eksperyment polegał na tym, że odbyły się jedne po drugich (w różnych odsłonach kolejność się zmieniała) warsztaty matematyczne i polonistyczne dotyczące sprawiedliwości. Wzięli w nich udział uczniowie różnych klas szkół podstawowych i gimnazjów (młodzież między 10. a 14. rokiem życia). Część matematyczna miała dwa etapy. W pierwszym uczniowie dostali klocki w kształcie rozmaitych figur, którym mieli nadać wartości, a następnie dokonywać między sobą „transakcji" – chodziło o dostrzeżenie tego, na ile wartości te są nadawane arbitralnie, jak są weryfikowane, na czym polega sprawiedliwa wymiana. W drugim etapie mowa już była o pieniądzach. Zadanie miało następująco postać: dwie panie złożyły się na kupno losu na loterii, jedna dała więcej, druga mniej, zależne to było od zasobności ich portfeli. Wygrały znaczną sumę. Jak powinny się nią podzielić? Uczniowie mieli rozważyć różne warianty i obliczyć kwoty, które uzyskają obie panie (po równo, proporcjonalnie do wkładu, równo po odliczeniu wkładu…). Zauważmy, że matematyka pomogła im w rozważeniu wariantów, ostateczna decyzja wymagała jednak przyjęcia założeń aksjologicznych wykraczających poza obliczenia. Część polonistyczna obejmowała interpretację wiersza ks. Jana Twardowskiego *Sprawiedliwość*, opartego na paradoksie sprawiedliwości i równości oraz polisemii tych wartości (w największym skrócie: czy równo oznacza sprawiedliwie?). W każdym przypadku – matematycznym i polonistycznym – najważniejsze było argumentowanie, uzasadnianie przyjętych rozwiązań, dostrzeganie różnych dróg rozwiązywania problemów, przed którymi stanęli uczniowie, przy czym istotne było skupienie się na samym procesie myślenia (Federowicz i in., 2018).

Wcześniej (w 2011 roku) Instytut Badań Edukacyjnych przeprowadził badanie pod nazwą *Szkoła samodzielnego myślenia*, którego celem było empiryczne rozpoznanie rozwoju umiejętności rozumienia tekstu, interpretacji, argumentacji, rozumowania, rozwiązywania problemów. Badanie obejmowało uczniów szkół podstawowych, gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych (liceów, techników i zasadniczych szkół zawodowych). Potwierdzenie przyrostu umiejętności na kolejnych etapach edukacji nie było oczywiście zaskakujące, choć ciekawe i wcale nie takie jednoznaczne było tempo tego przyrostu (najszybsze na etapie gimnazjum). Kilka wyników powinno jednak budzić niepokój. Na przykład to, że w zasadniczych szkołach zawodowych nie tylko nie następował przyrost umiejętności, ale w przypadku kilku zadań można było zauważyć regres. W liceach i technikach przyrost umiejętności nie budził wątpliwości, natomiast zauważalne było porzucanie samodzielności myślenia na rzecz rozwiązań schematycznych. Można z tego wyciągnąć wniosek, że nawet rozwój i ćwiczenie umiejętności nie idzie w parze z zachęcaniem do samodzielności, wręcz przeciwnie – uczniowie w coraz większym stopniu szukają gotowych wzorów mierzenia się z problemami intelektualnymi, dotyczy to zarówno języka polskiego, jak i matematyki (Białek i in., 2013).

Wymiana doświadczeń między nauczycielami języka polskiego i matematyki mogłaby skutkować zwiększeniem u uczniów świadomości tego, że mogą i powinni w **samodzielny** sposób formułować hipotezy dotyczące rozwiązań problemów, w tym hipotezy interpretacyjne, rozumować, argumentować i dowodzić bez szukania gotowych i schematycznych sposobów, z otwarciem na różne drogi poszukiwania odpowiedzi na wyzwania, które zostały przed młodymi ludźmi postawione.

Oczywiście nie chodzi o ścisłe skorelowanie tych dwóch przedmiotów, w praktyce szkolnej przydatne by było natomiast konfrontowanie doświadczeń w interpretacji i argumentacji na nich obu. Zwłaszcza w młodszych klasach szkoły podstawowej możliwe jest takie przygotowanie zadań, żeby ten sam problem/tekst mógł być rozważony na dwa odmienne sposoby – za pomocą języka matematycznego i polonistycznego. Na wyższych etapach edukacji znalezienie analogicznych problemów/tekstów bez wątpienia jest trudniejsze, w miarę rozwoju umiejętności interpretowania i argumentowania warte, a nawet konieczne jest jednak zwracanie uwagi na odmienność i podobieństwo dwóch form myślenia. Nie powinno się utwierdzać uczniów w przekonaniu, że są to formy rozłączne, konkurencyjne, a zwłaszcza że możliwe jest przywiązanie tylko do jednej z nich, podczas gdy druga jest nie do opanowania ze względu na domniemaną niezdolność ucznia.

Ćwiczenie komplementarnych sposobów myślenia – matematycznego i polonistycznego – stanowi podstawę nauki wszystkich pozostałych przedmiotów. Matematyczne rozumowanie i interpretacja danych będą konieczne na lekcjach fizyki, chemii, biologii, geografii, historii, z kolei interpretacja tekstów stanowi podstawę rozumienia źródeł historycznych, wszelkich zapisów eksperymentów naukowych, wreszcie poznawanych zjawisk. Opanowanie obu języków – naturalnego i matematycznego – na coraz wyższych poziomach kompetencji służy wszelkiej nauce. Separowanie tych języków z kolei stwarza sytuację niesprzyjającą wszechstronnemu rozwojowi umysłu.

Bibliografia

Białek K. i in., 2013, *Szkoła samodzielnego myślenia*, red. K. Biedrzycki, K. Białek, M. Czajkowska, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa, pobrano z: https://www.ibe.edu.pl/images/diagnoza_matematyki/ibe-raport-szkola-samodzielnego-myslenia.pdf [20.12.2025].

Brożek B., 2014, *Granice interpretacji*, Copernicus Center Press, Kraków.

Federowicz M. i in., 2018, *Argumentacja w edukacji szkolnej: przykład języka polskiego i matematyki. Wyniki badań i wnioski z warsztatów*, „Edukacja Filozoficzna", vol. 65, s. 5–32, https://doi.org/10.14394/edufil.2018.0001.

Sułowska A., Marciniak Z., 2024, *Umiejętności matematyczne*, w: K. Biedrzycki i in., *Polscy piętnastolatkowie w perspektywie międzynarodowej. Wyniki badania PISA 2022*, red. J. Kaźmierczak, K. Bulkowski, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa, s. 41–121, https://doi.org/10.24131/9788367385732.

Krzysztof Biedrzycki – dr hab., prof. UJ; zatrudniony na Uniwersytecie Jagiellońskim w Krakowie oraz w Instytucie Badań Edukacyjnych w Warszawie. Przewodniczący Rady Konsultacyjnej Ośrodka Badań Literatury Dziecięcej i Młodzieżowej na Wydziale Polonistyki UJ oraz członek Rady Centrum Badań Edukacyjnych i Kształcenia Ustawicznego na Wydziale Polonistyki UJ. Historyk literatury XX i XXI wieku, krytyk literacki i filmowy. Autor książek: *Świat poezji Stanisława Barańczaka* (1995), *Małgorzata Musierowicz i Borejkowie* (1999), *Wariacje metafizyczne* (2007), *Poezja i pamięć* (2008), *Błąd w dydaktyce* (2024). Współautor podręczników do języka polskiego dla szkół średnich *Opowieść o człowieku* (2002–2005) oraz *Świat do przeczytania* (2012–2015). Wykładał na uniwersytetach w Stanach Zjednoczonych i we Francji, uczył w liceum we Francji.

Krzysztof Biedrzycki – PhD, D.Litt., is an associate professor at the Jagiellonian University in Cracow and the Institute of Educational Research in Warsaw. He serves as Chair of the Consultative Council of the Children's and Youth Literature Research Centre at the Faculty of Polish Studies of the Jagiellonian University and is a member of the Council of the Centre for Educational Research and Continuing Education at the same faculty. He is a historian of the 20th and 21st century literature, as well as a literary and film critic. He is the author of the following books: *Świat poezji Stanisława Barańczaka* (1995), *Małgorzata Musierowicz i Borejkowie* (1999), *Wariacje metafizyczne* (2007), *Poezja i pamięć* (2008), *Błąd w dydaktyce* (2024). He has also co-authored Polish language textbooks for secondary schools, *Opowieść o człowieku* (2002–2005), and *Świat do przeczytania* (2012–2015). He lectured at universities in the United States and France, and has also taught at a secondary school in France.